I Giochi di Archimede - Soluzioni Biennio

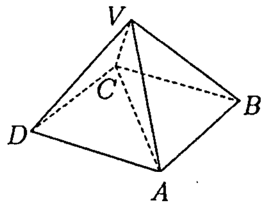
3 dicembre 1997

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	A	A	C	D	C	D	B	D	B	B	E	D	A	D	E	D	B	E	E

1) La risposta è **(D)**.
Su ogni lato infatti ci stanno al massimo 13 alberi: uno all'inizio e altri 12 a distanza di 15 m l'uno dall'altro. L'ultimo si troverà così esattamente alla fine del viale.

2) La risposta è **(A)**.
La prima eventualità avverrà al km 3777. Non ci sono eventalità intermedie, perché fintanto che le prime due cifre del contachilometri sono 3 e 7, l'unica possibilità è che le altre due siano entrambe uguali a 3 o entrambe uguali a 7.

3) La risposta è **(A)**.
I lati AV e CV, facendo parte delle facce laterali, sono uguali ai lati del quadrato, mentre AC è la diagonale del quadrato. Si noti anche che l'area di ACV è uguale a $\frac{1}{2}AB^2$ non è uguale né a quella del quadrato di base né a quella di una faccia laterale (triangolo equilatero di lato AB).

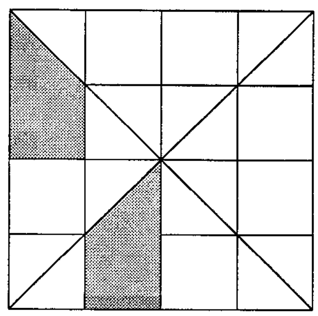


4) La risposta è **(C)**.
Nei primi quattro compiti lo studente ha ottenuto $4 \cdot (6 + 1/2) = 26$ punti complessivi. Per avere la media del 7 deve totalizzare 35 punti. Nel quinto compito deve perciò ottenere 9.

5) La risposta è **(D)**.
Infatti

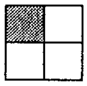
$$\left(0,1 + \frac{1}{0,1}\right)^2 = (0,1 + 10)^2 = 10^2 + 2 \cdot 0,1 \cdot 10 + 0,1^2 = 100 + 2 + 0,01 = 102,01.$$

6) La risposta è **(C)**.
Suddividendo la figura come illustrato, si vede che la superficie ombreggiata è 3/16 del totale. 3/16 = 0,1875 = 18,75%.



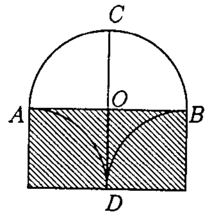
7) La risposta è **(D)**.
Se consideriamo l'espressione $n^2 - n - 30$ possiamo vedere facilmente che è crescente al crescere di n se n è positivo (infatti $[(n+1)^2 - (n+1) - 30] - [n^2 - n - 30] = 2n$). Poiché per $n = 6$ si ha $n + 30 = 36 = n^2$, i numeri che verificano la condizione richiesta sono quelli minori (strettamente) di 6.

8) La risposta è **(B)**.

Infatti così facendo, Roberto viene a trovarsi in questa situazione: 

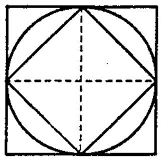
A questo punto, si vede che, qualunque mossa faccia Marco, Roberto vince alla mossa successiva. Inoltre, con ragionamenti simili, si verifica che invece le mosse **(A)**, **(C)** e **(D)** sono perdenti per Roberto.

9) La risposta è **(D)**.
Le facce sono in totale 900, quelle non incollate sono soltanto quelle esterne, il cui numero è pari alla superficie totale del cubo cioè 150. Pertanto ci sono 375 coppie di facce da incollare, e quindi occorrono 75 grammi di colla.



10) La risposta è **(B)**.
È possibile tracciare due segmenti AB e CD fra loro perpendicolari (vedi figura) e traslare i due quarti di cerchio AOC e COB in modo da ottenere un rettangolo avente base 2 cm e altezza 1 cm.

11) La risposta è **(B)**.
La soluzione risulta immediatamente dalla figura a fianco.



12) La risposta è **(E)**.
Elevando ripetutamente al quadrato si ottiene:

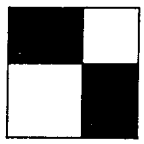
$$16 = 7 + \sqrt{9 + \sqrt{4 + x}}$$

$$81 = 9 + \sqrt{4 + x}$$

$$5184 = 4 + x$$

da cui $x = 5180$. La soluzione è certamente accettabile perché si sono sempre elevate al quadrato quantità positive.

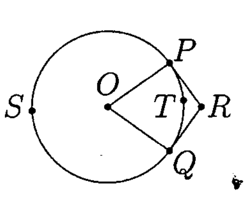
13) La risposta è **(D)**.
Il modulo–base della pavimentazione è rappresentato nella figura a fianco. Il rapporto S_b/S_n può essere calcolato considerando solamente le aree del modulo–base. Si ha:



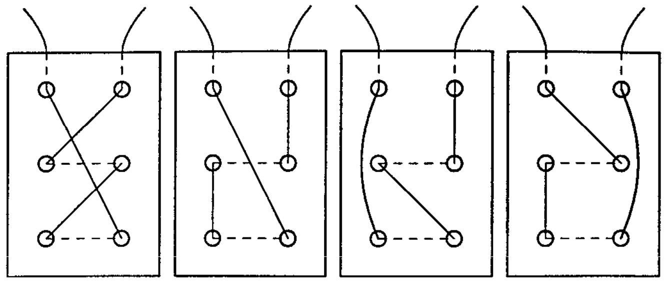
$$\frac{S_b}{S_n} = \frac{40^2 + 30^2}{2 \times 40 \times 30} = \frac{25}{24}\,.$$

14) La risposta è **(A)**.
Essendo $0 < y < 1$, allora sarà anche $0 < \sqrt{y} < 1$. Moltiplicando per x si ha che $0 < x\sqrt{y} < x$.

15) La risposta è **(D)**.
Infatti l'angolo giro è pari a 5 volte $P\hat{O}Q$ e quindi $P\hat{O}Q = \frac{1}{5}360° = 72°$. Siccome $O\hat{P}R$ e $O\hat{Q}R$ sono retti si dovrà avere $P\hat{O}Q + P\hat{R}Q = 180°$, da cui $P\hat{R}Q = 108°$.



16) La risposta è **(E)**.
Infatti, secondo il disegno **(E)** la corda non congiungerebbe la parte superiore del cartone (comprendente i 4 fori superiori) con la parte inferiore (comprendente i 2 fori inferiori) né dalla parte anteriore né da quella posteriore. Gli altri disegni sono invece tutti possibili, come mostrano i seguenti disegni.



17) La risposta è **(D)**.
Si ha infatti $f(2) = \dfrac{2f(1)+1}{2}$ cioè $2 = \dfrac{2f(1)+1}{2}$, da cui $4 = 2f(1)+1$ ed infine $f(1) = \dfrac{3}{2}$.

18) La risposta è **(B)**.
Ogni parlamentare può assicurare al massimo 2 presenze, mentre il numero di presenze richieste è $3 \times 10 = 30$. Ci vogliono dunque almeno 15 parlamentari; 15 è proprio il numero minimo, perché può essere raggiunto con la seguente combinazione: 5 parlamentari membri della prima e della seconda commissione, 5 membri della prima e della terza commissione e 5 membri della seconda e della terza commissione.

19) La risposta è **(E)**.
La negazione della frase è "Almeno uno studente della I A ha al piú un cugino". Osserviamo che tra una frase e la sua negazione una e soltanto una è vera. Le frasi **(A)**, **(B)**, **(C)**, **(D)** non sono la negazione della frase del testo in quanto, per esempio, se nessuno studente della I A ha cugini sono false sia la frase del testo che **(B)** e **(C)**, mentre se tutti gli studenti della I A hanno esattamente un cugino sono false sia la frase del testo che **(A)** e **(D)**.

20) La risposta è **(E)**.
Un ragazzo resta privo di giocattoli se tutti e quattro i sorteggi lo escludono, e questo accade con probabilità $(\frac{2}{3})^4$. Sommando le probabilità che ciascun ragazzo ha di restare privo di giocattoli si ottiene $3 \cdot (\frac{2}{3})^4$, ma in questo modo si sono contati due volte i casi in cui due ragazzi sono restati entrambi privi di giocattoli (tutti i giocattoli sono andati al terzo). Questi casi hanno una probabilità uguale a $3 \cdot (\frac{1}{3})^4$. La probabilità cercata è dunque

$$3 \cdot \left[\left(\frac{2}{3}\right)^4 - \left(\frac{1}{3}\right)^4\right] = 3 \cdot \frac{15}{81} = \frac{5}{9}.$$