

PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA  
U.M.I. UNIONE MATEMATICA ITALIANA  
SCUOLA NORMALE SUPERIORE

## I Giochi di Archimede - Gara del Biennio

5 dicembre 2000

La prova consiste di 20 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere (A), (B), (C), (D), (E).

Solo una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.

Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. NON È CONSENTITO L'USO DI ALCUN TIPO DI CALCOLATRICE.

Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è 1 ora e mezza. Buon lavoro e buon divertimento!

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Classe \_\_\_\_\_

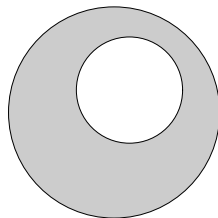
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Al mercato delle pulci un venditore vende per 80 Euro uno scaffaletto che aveva acquistato per 70 Euro. Poi ci ripensa, riacquista lo scaffaletto per 90 Euro e lo rivende per 100 Euro. Quanto ha guadagnato alla fine?

- (A) Nulla (B) 10 Euro (C) 20 Euro (D) ha perso 10 Euro  
(E) nessuna delle precedenti.

Nella figura a fianco il raggio del cerchio esterno è il doppio di quello del cerchio interno. Quanto vale il rapporto fra l'area della regione ombreggiata e quella della regione bianca all'interno?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4  
(D) dipende dalla posizione del cerchio  
(E) nessuna delle precedenti.



Qual è la media (aritmetica) dei numeri  $1, 2, 3, \dots, 1999, 2000$ ?

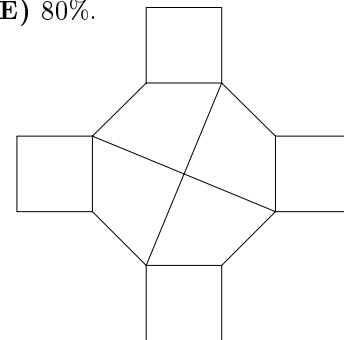
- (A) 999 (B) 999,5 (C) 1000 (D) 1000,5 (E) 1001.

Quanto vale  $6a$  se  $3a - 2 = 2b - 1$ ?

- (A)  $4b + 1$  (B)  $4b + 2$  (C)  $4b + 3$  (D)  $4b + 4$  (E) nessuna delle precedenti.

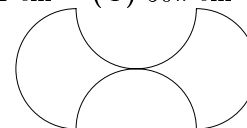
- 5) Se aumentiamo la lunghezza della base di un rettangolo del 30% e quella dell'altezza del 50%, l'area aumenta del  
(A) 195% (B) 115% (C) 150% (D) 95% (E) 80%.

- 6) Quanti assi di simmetria possiede la figura a lato?  
(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8  
(E) nessuna delle precedenti.



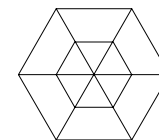
- 7) Ogni mese un grossista spedisce a un negoziante 24 litri, 32 litri e 40 litri di tre varietà diverse di vino utilizzando il minimo numero possibile di recipienti tutti uguali e completamente riempiti, ovviamente senza mescolare qualità diverse di vino nello stesso recipiente. Quanti recipienti riceverà quel negoziante in un anno?  
(A) 36 (B) 72 (C) 144 (D) 288 (E) i dati sono insufficienti.

- 8) Quanto vale l'area della regione delimitata dalle quattro semicirconferenze di diametro 10 cm mostrate in figura?  
(A)  $100 \text{ cm}^2$  (B)  $100\pi\sqrt{2} \text{ cm}^2$  (C)  $50\pi \text{ cm}^2$  (D)  $100\pi \text{ cm}^2$  (E)  $25\pi \text{ cm}^2$ .



- 9) Emanuele soffre d'insonnia. Un giorno alle 11:11 precise egli afferma: "non dormo da 53 ore e 53 minuti". A che ora si è svegliato l'ultima volta?  
(A) 5:04 (B) 5:18 (C) 5:58 (D) 6:04 (E) 6:18.

- 10) Il lato dell'esagono più piccolo in figura vale 1 e quello dell'esagono più grande vale 2. Qual è la somma delle lunghezze di tutti i tratti disegnati?  
(A) 18 (B) 24 (C) 30 (D) 36  
(E) nessuna delle precedenti.



- 11) Un podista e un ciclista partono insieme dalla città A diretti alla città B distante da A 13 km, con l'accordo di fare la spola fra A e B senza fermarsi mai. Sapendo che ogni ora il podista percorre 9 km mentre il ciclista ne percorre 25, quale distanza separerà i due sportivi dopo tre ore dall'inizio della competizione?  
(A) 1 km (B) 2 km (C) 3 km (D) 4 km (E) 5 km.

Il deposito della libreria di Tullio è una stanza cubica di lato 5 m e negli ultimi tempi è diventato troppo piccolo per poter contenere tutte le giacenze di magazzino. Perciò Tullio ne ha comprato uno nuovo, sempre di forma cubica, che, sostituito al precedente, gli ha permesso di guadagnare  $218 \text{ m}^3$  di spazio. Di quanti metri il lato del nuovo deposito è più lungo di quello vecchio?

(A) 1 m    (B) 2 m    (C) 3 m    (D) 4 m    (E) 5 m.

Il prezzo della mascotte delle olimpiadi di matematica è dato dalla somma del prezzo delle materie prime e del prezzo della lavorazione. L'anno scorso la mascotte costava 10 Euro. Quest'anno il costo delle materie prime è raddoppiato; e quindi la mascotte costa 11,80 Euro. Quanto incide quest'anno il prezzo delle materie prime sul prezzo finale del prodotto?

(A) Meno di 1 Euro    (B) tra 1 e 2 Euro    (C) tra 2 e 3 Euro  
(D) tra 3 e 4 Euro    (E) più di 4 Euro.

Un ladro spia Marco mentre chiude la sua valigia con un lucchetto con combinazione di 3 cifre (ciascuna cifra va da 0 a 9). Non ha potuto vedere la combinazione ma è riuscito a capire che due cifre consecutive sono uguali e la terza è diversa. Qual è il numero massimo di combinazioni che il ladro dovrà provare per aprire la valigia di Marco?

(A) 180    (B) 190    (C) 200    (D) 210    (E) 220.

Un giardino quadrato di 20 metri di lato viene innaffiato con irrigatori puntiformi. Ciascun irrigatore innaffia tutti i punti che distano da esso al più 10 metri. Qual è il minimo numero di irrigatori necessario per innaffiare tutto il giardino?

(A) 1    (B) 2    (C) 3    (D) 4    (E) 5.

Versando  $40 \text{ cm}^3$  di acqua in un recipiente a forma di parallelepipedo rettangolo avente un lato della base lungo 4 cm, il livello del liquido raggiunge 5 cm. Versandone una quantità incognita in un altro recipiente parallelepipedo rettangolo che ha quel lato della base lungo 6 cm e l'altro inalterato, il liquido raggiunge un livello di 15 cm. Quanti  $\text{cm}^3$  di acqua sono stati versati la seconda volta?

(A) 180    (B) 80    (C) 40    (D) 20    (E)  $\frac{80}{9}$ .

Qual è la probabilità che, presi a caso tre vertici distinti di un esagono regolare, essi siano i vertici di un triangolo equilatero?

(A)  $\frac{1}{4}$     (B)  $\frac{1}{8}$     (C)  $\frac{1}{9}$     (D)  $\frac{1}{10}$     (E)  $\frac{1}{20}$ .

Anna, Barbara, Chiara e Donatella si sono sfidate in una gara di nuoto fino alla boa. All'arrivo non ci sono stati ex-aequo. Al ritorno,

Anna dice: “*Chiara è arrivata prima di Barbara*”;

Barbara dice: “*Chiara è arrivata prima di Anna*”;

Chiara dice: “*Io sono arrivata seconda*”.

Sapendo che una sola di esse ha detto la verità,

(A) si può dire solo chi ha vinto

(B) si può dire solo chi è arrivata seconda

(C) si può dire solo chi è arrivata terza

(D) si può dire solo chi è arrivata ultima

(E) non si può stabilire la posizione in classifica di nessuna.

19) Nella tomba del faraone Tetrakamion è stato ritrovato uno smeraldo, lavorato a forma di tetraedro (piramide a base triangolare) i cui spigoli misurano in millimetri 54, 32, 32, 29, 27, 20. Indicando con  $A, B, C, D$  i vertici del tetraedro e sapendo che  $AB$  è lungo 54, quanti millimetri è lungo  $CD$ ?

(A) 32    (B) 29    (C) 27    (D) 20    (E) non si può determinare.

20) In una scuola il 60% degli studenti è di sesso maschile, il 90% è minorenne ed il 60% ha i capelli castani. Quale delle seguenti affermazioni è necessariamente vera?

(A) C'è almeno una ragazza maggiorenne.

(B) C'è almeno una ragazza con i capelli castani.

(C) C'è almeno un ragazzo minorenne e castano.

(D) Non ci sono ragazzi maggiorenni e castani.

(E) C'è almeno un ragazzo biondo.