Esame di Stato di Liceo Scientifico
a.s. 2002-2003
Sperimentazioni autonome

Presentiamo qui i problemi e i quesiti proposti nelle sperimentazioni autonome - sia nella sessione ordinaria che in quella suppletiva - che differiscono da quelli proposti nei corsi tradizionali e sperimentali P.N.I. e Brocca.

Problema 1. (sessione ordinaria)

Nel piano, riferito ad assi ortogonali e monometrici *Oxy*, è dato il rettangolo *OABC* con i vertici *A* e *C* di coordinate rispettive $(2,0)$ e $(0,1)$. Sia *P* un punto sul lato *OA*.

a) Si determini la posizione di *P* che massimizza l'angolo $C\hat{P}B$. Si calcoli tale valore massimo e lo si indichi con δ.

b) Si descrivano i luoghi Φ e Γ dei punti del piano che vedono il lato *CB* sotto angoli costanti di ampiezze rispettive δ e $\frac{\delta}{2}$.

c) Si calcoli l'area della regione finita di piano racchiusa tra Φ e Γ.

Problema 2. (sessione suppletiva)

In un trapezio rettangolo *ABCD*, circoscritto ad un cerchio, *AB* è la base maggiore, *CD* la minore e *BC* il lato obliquo. Le misure, considerate rispetto alla stessa unità di misura, del raggio del cerchio e del perimetro del trapezio sono nell'ordine 2 e 18.

a) Calcolare le misure dei lati del trapezio.

b) Riferito il piano della figura ad un conveniente sistema di assi cartesiani *Oxy*, scrivere le coordinate dei vertici del trapezio.

c) Determinare l'equazione della circonferenza inscritta nel trapezio.

d) Trovare le coordinate dei punti in cui questa circonferenza tocca i lati del trapezio.

e) Calcolare le tangenti degli angoli interni del quadrilatero avente per vertici i suddetti punti di contatto.

Questionario.

1. Dopo avere illustrato il significato di funzione periodica dare un esempio di funzione trigonometrica di periodo $\frac{2}{3}\pi$. (sessione ordinaria)

2. Perché "geometria non euclidea"? Che cosa viene negato della geometria euclidea? (sessione ordinaria)

3. Nell'esperimento del lancio di una moneta non truccata, calcolare la probabilità di avere almeno 6 teste in 9 lanci. (sessione ordinaria)

4. Esporre una strategia numerica per il calcolo approssimato di

$$\log 3 = \int_1^3 \frac{1}{x}\,dx$$

(sessione ordinaria).

5. Dimostrare che la derivata, rispetto a x, della funzione

$$f(x) = \operatorname{arcsen} x$$

è la funzione:

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

(sessione suppletiva).

6. Servendosi della calcolatrice (o eventualmente di tavole logaritmiche) calcolare un valore approssimato della soluzione della seguente equazione in x:

$$10^{\left(e^x\right)} = e^{\left(10^x\right)},$$

dove e è la base dei logaritmi naturali (sessione suppletiva).

7. La funzione reale di variabile reale $f(x)$ è derivabile in ogni x per cui risulti $-1 \le x \le 0$; inoltre $f(0) = 0$ e $-1 \le f'(x) \le 0$ in ogni x dell'intervallo $-1 < x < 0$. Stabilire in modo esauriente se è vero o falso che risulta $0 \le f(-1) \le 1$. (sessione suppletiva)

8. In un piano, riferito ad un sistema di assi cartesiani (Oxy), sono assegnate le rette a, b di equazione rispettivamente $y = x + \frac{1}{7}$, $y = \frac{1}{7}x - 1$. Calcolare il coseno dell'angolo orientato (a, b). (sessione suppletiva)

9. Per $x \to 0$ la funzione $f(x) = x \operatorname{sen} \frac{1}{x}$:

A) ha limite 0;
B) ha limite ∞;
C) è una forma indeterminata del tipo $0 \cdot \infty$ che non si può eliminare;
D) non ammette limite.

Una sola risposta è corretta: individuarla e fornire un'esauriente spiegazione della scelta effettuata. (sessione suppletiva)

10. In un piano, riferito ad un sistema di assi cartesiani (*Oxy*), è assegnata la curva di equazione:

$$y = \operatorname{sen} x + \sqrt{3} \cos x + 2 .$$

Stabilire se esiste una traslazione che la trasformi nella forma:

$$y = k \operatorname{sen} x .$$

(sessione suppletiva)