

EQUAZIONI DI 2° GRADO

CLASSE 2^a

①

- UN'EQUAZIONE DI 2° GRADO È UN'EQUAZIONE DEL TIPO:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{CON } a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}$$

↑
INSIEME DEI
NUMERI REALI

a, b, c SONO DETTI COEFFICIENTI.

x È L'INCIGNITA

c È DETTO TERMINE NOTO.

- SE a, b, c SONO DIVERSI DA ZERO L'EQUAZIONE SI CHIAMA COMPLETA ALTRIMENTI INCOMPLETA.

- EQUAZIONI DI 2° GRADO INCOMPLETE:

1) EQUAZIONE MONOMIA HA EQUAZIONE:

$$ax^2 = 0 \quad (a \neq 0)$$

UN'EQUAZIONE MONOMIA DI 2° GRADO HA DUE SOLUZIONI COINCIDENTI UGUALI A ZERO

ES $2x^2 = 0$

$$\frac{2x^2}{2} = \frac{0}{2}$$

$$x^2 = 0 \begin{cases} \rightarrow x = 0 \\ \rightarrow x = 0 \end{cases}$$

$$S = \{0; 0\} \text{ DET.}$$

2) EQUAZIONE SPURIA HA EQUAZIONE:

$$ax^2 + bx = 0 \quad (a \neq 0 \quad b \neq 0)$$

SI RACCOLGUE x

$$x \cdot (ax + b) = 0 \begin{cases} \rightarrow x_1 = 0 \\ \rightarrow ax + b = 0 \quad \frac{ax}{a} = -\frac{b}{a} \quad x_2 = -\frac{b}{a} \end{cases}$$

ESEMPIO

$$x^2 - 3x = 0 \quad \text{SI RACCOLGUE } x$$

$$x \cdot (x - 3) = 0 \begin{cases} \rightarrow x = 0 \quad (x_1) \\ \rightarrow x - 3 = 0 \quad x = 3 \quad (x_2) \end{cases}$$

$$S = \{0; 3\} \text{ DET.}$$

3) EQUAZIONE PURA

HA EQUAZIONE:

(2)

$$ax^2 + c = 0$$

($a \neq 0, c \neq 0$)

$$\frac{ax^2}{a} = -\frac{c}{a} \Rightarrow x^2 = -\frac{c}{a} \begin{cases} \text{SE } -\frac{c}{a} > 0 & x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}} \\ \text{SE } -\frac{c}{a} < 0 & \text{EQ. IMPOSSIBILE.} \end{cases}$$

ESEMPIO

$$4x^2 - 1 = 0$$

$$\frac{4x^2}{4} = \frac{1}{4}$$

$$x^2 = \left(\frac{1}{4}\right)$$

$$\Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{1}{4}} \quad x = \pm \frac{1}{2}$$

È MAGGIORE DI 0

ESEMPIO

$$x^2 + 9 = 0$$

$$x^2 = (-9)$$

È MINORE DI 0

EQ. IMPOSSIBILE

$$S = \left\{ \pm \frac{1}{2} \right\}$$

DET.

$$S = \emptyset$$

EQUAZIONE DI 2° GRADO COMPLETA HA EQUAZIONE:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

con $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$

sia $\boxed{\Delta = b^2 - 4ac}$

↑
DELTA

$$\text{E } \boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}}$$

- SE $\boxed{\Delta > 0}$ L'EQUAZIONE HA 2 SOLUZIONI REALI E DISTINTE

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- SE $\boxed{\Delta = 0}$ L'EQUAZIONE HA 2 SOLUZIONI REALI E COINCIDENTI

$$x_{1,2} = -\frac{b}{2a}$$

- SE $\boxed{\Delta < 0}$ L'EQUAZIONE NON HA SOLUZIONI IN $\mathbb{R}$
E SI DICE IMPOSSIBILE IN $\mathbb{R}$

ESEMPIO 1 RISOLVERE L'EQUAZIONE:

(3)

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

UNA GENERICA EQUAZIONE DI 2° GRADO È DEL TIPO:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{QUINDI:}$$

$$a = 1 \quad (\text{COEFF. DI } x^2)$$

$$b = -5 \quad (\text{COEFF. DI } x)$$

$$c = +4 \quad (\text{TERMINE NOTO})$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 25 - 16 = 9$$

$$\Delta > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{+5 \pm 3}{2} = \begin{cases} \frac{5-3}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ \frac{5+3}{2} = \frac{8}{2} = 4 \end{cases}$$

$$S = \{1; 4\} \quad \text{DET.}$$

ESEMPIO 2 RISOLVERE L'EQUAZIONE

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$a = 1 \quad b = -6 \quad c = 9$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 36 - 36 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{6 \pm 0}{2} = \begin{cases} \frac{6-0}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ \frac{6+0}{2} = \frac{6}{2} = 3 \end{cases}$$

$$S = \{3; 3\}$$

ESEMPIO 3 RISOLVERE L'EQUAZIONE

$$3x^2 - x + 5 = 0$$

$$a = 3 \quad b = -1 \quad c = +5$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 5 = 1 - 60 = -59$$

$$\Delta < 0 \quad \text{EQ. IMP.}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{-59}}{6}$$

$$S = \emptyset$$

ESERCIZI DA SVOLGERE

4

RISOLVERE IN $\mathbb{R}$ LE SEGUENTI EQUAZIONI DI 2° GRADO:

1) $5x^2 - 3x = 0$

$$S = \left\{ 0; \frac{3}{5} \right\}$$

2) $x^2 + x = 0$

$$S = \left\{ 0; -1 \right\}$$

3) $-x^2 - 3x = 0$

$$S = \left\{ 0; -3 \right\}$$

4) $x^2 + 4 = 0$

$$S = \emptyset \text{ imp.}$$

5) $9x^2 - 27 = 0$

$$S = \left\{ +\sqrt{3}; -\sqrt{3} \right\}$$

6) $x^2 - 16 = 0$

$$S = \left\{ -4; +4 \right\}$$

7) $x^2 - 2x - 48 = 0$

$$S = \left\{ -6; +8 \right\}$$

8) $x^2 + 10x - 24 = 0$

$$S = \left\{ -12; +2 \right\}$$

9) $4x^2 - 20x + 25 = 0$

$$S = \left\{ \frac{5}{2}; \frac{5}{2} \right\}$$

10) $2x^2 - 4x + 3 = 0$

$$S = \emptyset \text{ imp.}$$